



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PRIMEIRA PROVA DE CÁLCULO 1

PROFESSOR: CHARLES ALMEIDA

DATA: 18/05/2025

Nome: _____

Matrícula: _____

Em todas as questões **justifique bem** suas respostas. Resolva a questão no espaço designado para ela, explicitando o rigor analítico no cálculo dos limites laterais.

Boa Prova!

1ª **Questão** (30 pontos) Encontre os valores das constantes a e b que tornam a função f contínua em toda a reta real $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & \text{se } x < 2 \\ ax^2 - bx + 3, & \text{se } 2 \leq x < 3 \\ 2x - a + b, & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$

Folha adicional.

2ª **Questão** (25 pontos) Calcule os itens abaixo, justificando cuidadosamente cada etapa dos cálculos.

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2(2x)}{x \sin(3x)}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^x}{x}$

(iii) Calcule $f'(x)$. Para:

$$f(x) = \frac{e^{2x} \sin(x)}{x^2 + 1}.$$

Não é necessário simplificar a expressão final.

Folha adicional.

3ª **Questão** (25 pontos) Responda aos seguintes itens.

- (a) Demonstre que os gráficos das funções $f(x) = e^x$ e $g(x) = 3 - 2x$ se intersectam em pelo menos um ponto no intervalo $(0, 1)$.
- (b) Considere a curva definida implicitamente pela equação $x^2y + xy^2 = 6$. Encontre a equação da reta tangente a esta curva no ponto $(1, 2)$.

4ª **Questão** (30 pontos) Considere a função $f(x) = \frac{x}{(x-1)^2}$. Realize o estudo da função e esboce o seu gráfico.

Folha adicional.