



MA/MM 719 - Álgebra Linear Avançada - Verão

Prova 3

Professor: Charles Almeida

1. (3 pontos) Decida se o seguinte elemento de $\mathbb{R}^3 \otimes \mathbb{R}^3 \otimes \mathbb{R}^3$ é idecomponível.

$$(1, 0, 0) \otimes (1, 0, 0) \otimes (0, 4, 0) + (1, 0, 0) \otimes (1, 0, 0) \otimes (0, 0, 1) + (0, 2, 0) \otimes (1, 0, 0) \otimes (0, 4, 0) + (0, 2, 0) \otimes (1, 0, 0) \otimes (0, 0, 1)$$

2. (3 pontos) Decida se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas e justifique sua resposta:

- (1 ponto) Seja V um $\mathbb{F}$ -espaço vetorial. Uma família de vetores em $\{v_1, \dots, v_k\} \in V$ é LD se, e somente se $v_1 \wedge \dots \wedge v_k = 0$.
 - (1 ponto) Sejam V um espaço vetorial real de dimensão finita e $T, U \in \text{End}_{\mathbb{R}}(V)$. Se T e U são diagonalizáveis então $T \otimes U$ é diagonalizável.
 - (1 ponto) Toda forma 3-linear em $\mathbb{R}^3$ pode ser escrita como soma de uma forma simétrica com uma antissimétrica.
3. (2 pontos) Suponha que $\dim(V_1) = m$ e $\dim(V_2) = n$, e que α e β sejam bases para V_1 e V_2 , respectivamente. Considere $V = M_{m,n}(\mathbb{F})$ e

$$\phi : V_1 \times V_2 \rightarrow V, (v_1, v_2) \mapsto [v_1]_{\alpha} [v_2]_{\beta}^t,$$

e mostre que (ϕ, V) é produto tensorial para V_1, V_2 . Além disso, mostre que o posto de $A \in V$ coincide com o posto do correspondente vetor em $V_1 \otimes V_2$.

4. (2 pontos) Seja $T : \mathbb{Q}^3 \rightarrow \mathbb{Q}^3$ uma transformação linear cuja representação matricial na base canônica é dada por:

$$[T]_{can}^{can} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Calcule uma representação matricial para $T^{\odot 2}$ e para $T^{\wedge 3}$.