



MA 719 - Álgebra Linear Avançada-Verão

Lista 3

Professor: Charles Almeida - charlesalmeida@mat.ufmg.br

1. Faça os exemplos 6.4.2, 6.4.3 e 6.4.4 da apostila.
2. Faça os exemplos 6.4.6 e 6.4.7 da apostila.
3. Faça os exemplos 6.4.11 e 6.4.12 da apostila.
4. (Não precisa entregar este) Faça o exercício 6.4.1
5. Sejam V um $\mathbb{Q}$ -espaço vetorial, e $T \in \text{End}_{\mathbb{Q}}(V)$, satisfazendo $T^2 = -I$ e assuma que V possua um espaço T invariante não trivial. Calcule o polinômio mínimo de T . Prove que $\dim_{\mathbb{Q}} V \geq 4$
6. Seja A uma transformação linear de ordem 3×3 cujo polinômio característico é definido por:

$$p(\lambda) = \det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + 5\lambda^2 - 2\lambda + 1$$

- (a) Prove que A é invertível.
 - (b) Determine a expressão de A^{-1} como uma função de A .
7. Seja $T : V \rightarrow V$ uma transformação linear, com V um espaço vetorial de dimensão finita. Mostre que existe um número natural $n \in \mathbb{N}$ tal que $V = \ker(T^n) \oplus \text{Im}(T^n)$.
 8. Existe $T : V \rightarrow V$ uma transformação linear tal que $V \neq \ker(T) \oplus \text{Im}(T)$?
 9. Calcule a forma de Jordan da matriz
$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 10 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$
 10. Calcule a forma de Jordan da matriz
$$\begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$
 11. Seja $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ a transformação linear dada por $T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (3x_3 + x_4, 2x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 2x_4, x_3 + x_4, 3x_4 - x_3)$. Calcule a forma e uma base de Jordan de T . Descreva seus fatores invariantes, e todos os subespaços T -invariantes.